題練 TestLearn

九上數學
第三次段考總複習

考試範圍：第 3 章 推理證明與三角形的心

外心、內心、重心，你分得清嗎？



這份講義有：

- 範圍內每個重點，加一題例題
- 段考常見陷阱，❌ 和 ✅ 只差一個地方
- 20 題模擬卷（答案和詳解在最後面）
- 每個重點都附教學頁連結，不會就點進去學

每間學校的段考範圍不太一樣，請以老師或學校公告為準。三家出版社的章節對照在第 2 頁。

想在手機上寫題目、自動對答案？

掃 QR code，或點這裡打開線上版：

test-learn.com/math/exam-review/grade-9/final

考試範圍

這一頁整理九上第 3 章「推理證明與三角形的心」(3-1、3-2)。康軒、翰林、南一三家的順序一樣。有的學校會加考前面的圓或相似形，所以模擬卷最後放了 4 題加碼題。

翰林 第 3 章 推理證明與三角形的心：3-1 證明與推理、3-2 三角形的外心、內心與重心；康軒 第 3 章 推理證明與三角形的心：3-1 推理證明、3-2 三角形的心；南一 第 3 章 推理證明與三角形的心：3-1 推理與證明、3-2 三角形的外心、內心與重心（南一節名請翻課本目錄確認）。實際範圍以學校公告為準。

範圍內重點

1. 證明先找條件，全等再對位置！

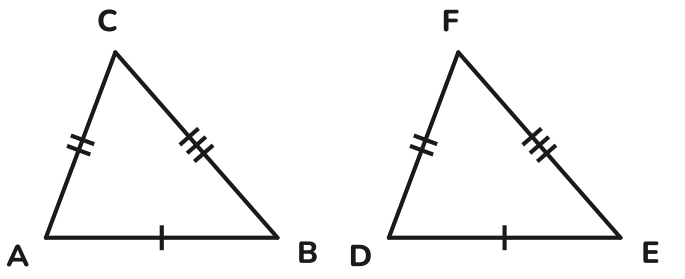
你和同學折了兩個三角形紙片。兩張疊得起來，怎麼說服別人？

先看兩張紙片的對應邊和角。兩組對應邊一樣長，夾在中間的角也一樣。這時就能用 SAS 證明全等。兩張疊起來就一定合。

另外還有 SSS、ASA、AAS、RHS（直角三角形斜邊加一股）。寫證明時，先圈出已知和求證。每走一步，都要寫出理由。

例題

兩個三角形的三組對應邊分別相等。用哪個條件證明全等？



示意圖

1. 先找兩個三角形的對應邊。
   為什麼：因為要比較同一位置的邊。
2. 確認三組對應邊分別相等。
   為什麼：因為每組都有相等的兩條邊。
3. 選 SSS 證明全等。
   為什麼：因為 SSS 要三組對應邊分別相等。

答案：SSS

⚠️ **記住：SAS 的角要夾在兩組已知邊之間！不要拿邊旁邊的另一個角來湊。**

從零學：幾何與代數證明　從零學：全等三角形（SAS、SSS、ASA、AAS、RHS）　先寫 10 題，看看哪裡會錯 →

2. 找對位置，等長等角才用得上！

你拿尺畫了一個屋頂形狀的三角形。兩側一樣長，底下兩角有什麼關係？

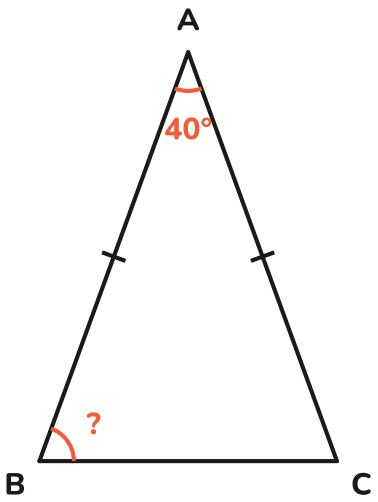
屋頂兩側一樣長，底下兩角也一樣大。題目給頂角時，先從 180° 減掉頂角。剩下的角度再平分，就找到一個底角。

再看線段兩端到同一點的距離。那個點在線段正中間的垂直線上，到兩端就一樣遠。這條線叫中垂線。

如果點在角平分線上，它到角的兩邊也一樣遠。量到邊的距離時，要沿垂線量。

例題

三角形 ABC 中，AB＝AC，∠A＝40°。∠B 是幾度？



示意圖

1. 先看出 $\angle B = \angle C$。
   為什麼：因為兩腰 AB、AC 相等。
2. 算兩個底角的和：180 − 40 = 140。
   為什麼：因為三角形內角和是 180°。
3. 算出 140 ÷ 2 = 70。
   為什麼：因為兩個底角一樣大。

答案：70°

⚠️ **記住：等腰三角形的兩個底角相等！不要把頂角也當成底角。**

從零學：幾何與代數證明　從零學：三角形的邊角關係　先寫 10 題，看看哪裡會錯 →

3. 外心找頂點，位置看角度！

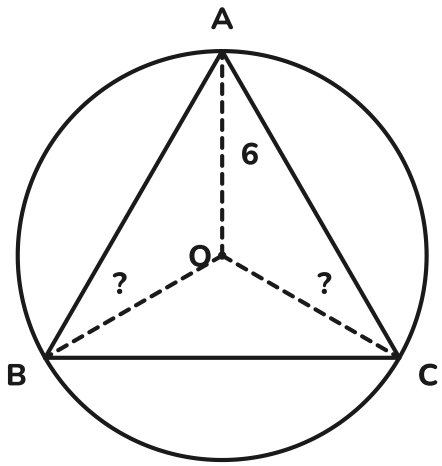
你用圓規畫圓，想讓圓通過三角形的三個角。圓心要放哪裡？

這個圓心到三個頂點一樣遠。所以知道其中一段距離，就能找出另外兩段。像圓心到一個頂點是 6 公分，其他兩段也是 6 公分。

三邊中垂線的交點叫外心，就是外接圓的圓心。銳角、直角、鈍角的外心依序在內部、斜邊中點、外部。

例題

三角形 ABC 的外心是 O，OA＝6 公分。OB 是幾公分？



示意圖

1. 寫出 $OA = OC$。
   為什麼：因為外心到三個頂點等距。
2. 得到 $OC = 6$ 公分。
   為什麼：因為 OA 和 OC 一樣長。
3. 得到 $OB = 6$ 公分。
   為什麼：因為 OB 和 OC 一樣長。

答案：6 公分

⚠️ **記住：外心到三個頂點等距！不要把頂點換成邊。**

從零學：三角形的外心、內心、重心　先寫 10 題，看看哪裡會錯 →

4. 找內心，量到邊要垂直！

你畫了一個三角形，想在裡面畫圓，讓圓剛好碰到三邊。圓心在哪裡？

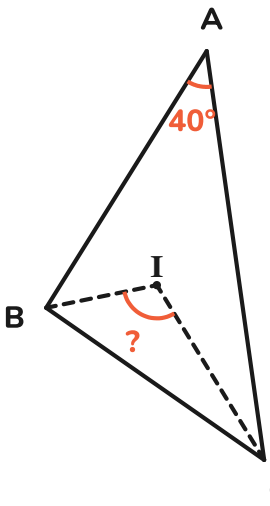
三內角平分線交在內心，就是那個圓的圓心。從內心到三邊的垂直距離一樣長，都是內切圓的半徑。

知道周長和半徑，就能求三角形面積。先用周長乘半徑，再除以 2。

題目也可能給頂角 A，問內心角 BIC。這個角等於 90° 加上頂角的一半。所以 $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$。

例題

三角形 ABC 的內心是 I，∠A＝40°。∠BIC 是幾度？



示意圖

1. 算出 $\angle B + \angle C = 140°$。
   為什麼：因為三角形內角和是 180°。
2. 算出 $\angle IBC + \angle ICB = 70°$。
   為什麼：因為 BI、CI 平分角 B、角 C。
3. 算出 $\angle BIC = 110°$。
   為什麼：因為三角形 BIC 的內角和是 180°。

答案：110°

⚠ **記住：內心到邊的距離要沿垂線量！不要拿內心到頂點的線段當半徑。**

從零學：三角形的外心、內心、重心　先寫 10 題，看看哪裡會錯 →

5. 重心分中線，頂點那段是兩份！

你剪出一張三角形紙片，想用筆尖把它平衡住。筆尖要放在哪裡？

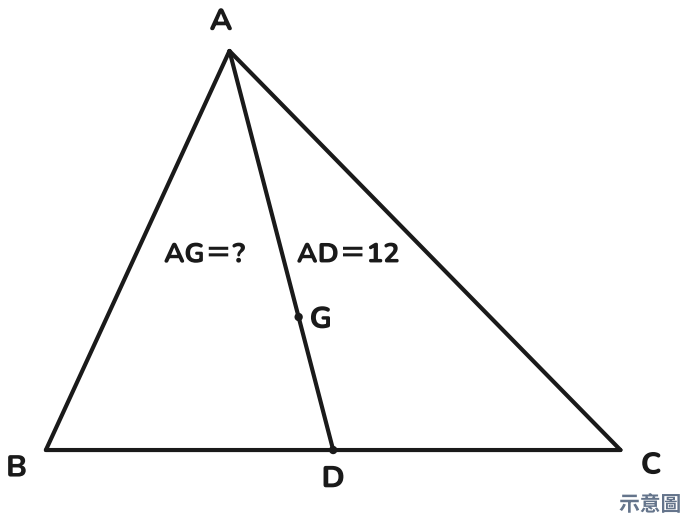
筆尖放在三條中線交會的地方，紙片就能平衡。這個點叫重心。中線是頂點連到對邊中點的線段。

重心把每條中線分成 2：1。靠頂點那段比較長，占整條中線的三分之二。所以知道中線長，就能算出頂點到重心的長度。

三條中線還會分出六個三角形。這六個三角形的面積都相等。

例題

三角形 ABC 中，D 是 BC 中點，G 是重心。AD 長 12，AG 多長？



示意圖

1. 把 AD 分成 3 份。
   為什麼：因為 AG：GD 是 2：1。
2. 每份 $12 \div 3 = 4$。
   為什麼：因為整條中線長 12，平分成 3 份。
3. $AG = 4 \times 2 = 8$。
   為什麼：因為 AG 占 2 份。

答案：8

⚠️ **記住：頂點到重心占中線三分之二！不要當成三分之一。**

從零學：三角形的外心、內心、重心　先寫 10 題，看看哪裡會錯 →

6. 相似看對應，圓心角是兩倍！

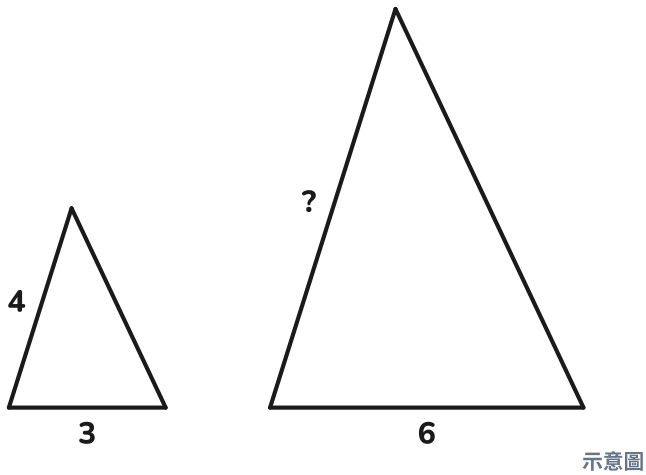
你把手機照片縮小，人物形狀沒變。照片的長和寬都照同樣比例縮小。

相似三角形也一樣，對應邊會照相同倍率縮放。看到對應邊從 3 變 6，先算出倍率是 2。其他對應邊也要乘 2。

遇到圓上的角，先看它們對到哪段弧。同圓中，對同一段弧的圓心角是圓周角的兩倍。知道其中一個角，就能算出另一個。

例題

兩個相似三角形，一個的兩邊是 3、4。另一個對應 3 的邊是 6，對應 4 的邊是多少？



示意圖

1. 算倍率：$6 \div 3 = 2$。
   為什麼：因為 3 和 6 是對應邊。
2. 算另一邊：$4 \times 2 = 8$。
   為什麼：因為對應邊的倍率相同。
3. 檢查：$8 \div 4 = 2$。
   為什麼：因為兩組對應邊的倍率要相同。

答案：8

⚠️ **記住：相似三角形要用對應邊算倍率！不要拿不同位置的邊來比。**

從零學：平行線截比例線段　從零學：相似形與三角形相似　從零學：圓心角、圓周角與圓內接四邊形　從零學：切線與弦心距　先寫 10 題，看看哪裡會錯 →

⚠️ 段考常見陷阱

❌ **兩邊及非夾角相等，必能用 SAS 證全等。**
✅ **兩邊及夾角相等，必能用 SAS 證全等。**

SAS 的角必須夾在兩組已知邊之間。

❌ **等腰三角形頂角 40°，底角是 40°。**
✅ **等腰三角形頂角 40°，底角是 70°。**

兩個底角平分剩下的 140°。

❌ **角平分線上的點到兩邊的距離，量斜線。**
✅ **角平分線上的點到兩邊的距離，量垂線。**

點到直線的距離要沿垂線量。

❌ **直角三角形斜邊 10，外接圓半徑是 10。**
✅ **直角三角形斜邊 10，外接圓半徑是 5。**

斜邊是外接圓直徑，半徑是它的一半。

❌ **頂角 40°，內心角 $\angle BIC = 130°$。**
✅ **頂角 40°，內心角 $\angle BIC = 110°$。**

內心角要用 90° 加頂角的一半。

❌ **周長 24、內切圓半徑 2，面積是 48。**
✅ **周長 24、內切圓半徑 2，面積是 24。**

周長乘半徑後，還要除以 2。

❌ **中線長 12，頂點到重心長 4。**
✅ **中線長 12，頂點到重心長 8。**

頂點到重心占整條中線的三分之二。

❌ **三角形 ABC 中，D 在 AB 上、E 在 AC 上，DE 平行 BC。AD＝2、DB＝3、AE＝4，EC＝10。**
✅ **三角形 ABC 中，D 在 AB 上、E 在 AC 上，DE 平行 BC。AD＝2、DB＝3、AE＝4，EC＝6。**

對應線段成比例，2 : 3 = 4 : 6。10 是 AC 的長度。

❌ **圓外一點 P 引兩條切線，切點是 A、B。PA＝6，PB＝12。**

✅ **圓外一點 P 引兩條切線，切點是 A、B。PA＝6，PB＝6。**

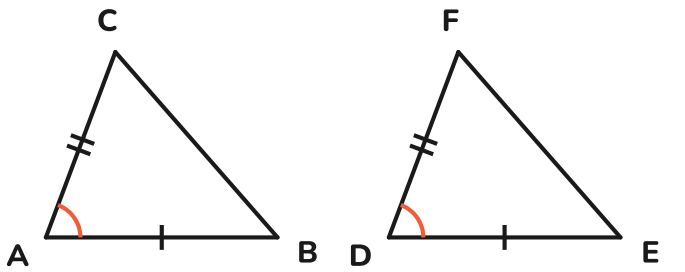
同一圓外點引出的兩條切線段等長。

模擬卷（20 題）

先自己寫完再對答案。想寫完自動對答案，可以用線上版：打開線上版。

第 1 題

你用色紙剪出三角形 ABC 和 DEF。已知 $AB = DE$、$AC = DF$。且夾角 $\angle A = \angle D$。用哪個全等性質能證明兩三角形全等？



示意圖

(A) SSS

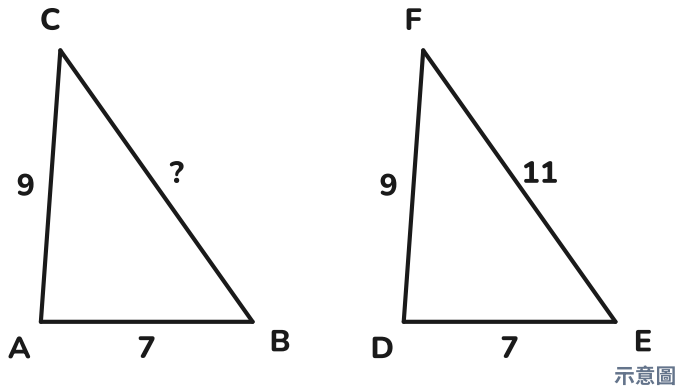
(B) SAS

(C) ASA

(D) RHS

第 2 題

你拿兩片三角形色紙比較。三角形 ABC 和 DEF 有兩組邊相等。已知 $AB = DE = 7$ 公分。另一組是 $AC = DF = 9$ 公分。要用 SSS 證明兩個三角形全等。若 EF 是 11 公分，BC 應是幾公分？



示意圖

(A) 9 公分

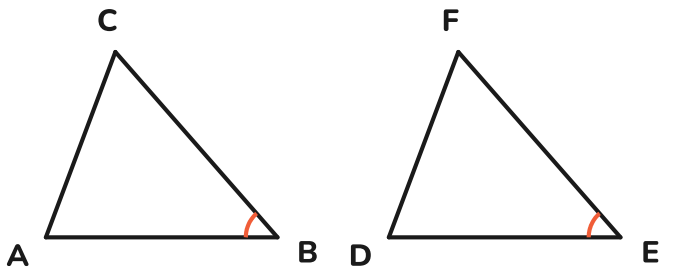
(B) 7 公分

(C) 11 公分

(D) 無法確定

第 3 題

你在考卷上寫證明。已知三角形 ABC 與 DEF 全等。且頂點依序對應。從全等推出 $\angle B = \angle E$。理由是什麼？



示意圖

(A) 等腰三角形的底角相等

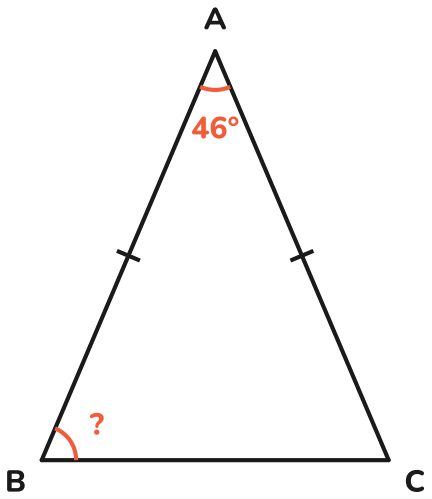
(B) 平行線的同位角相等

(C) 對頂角相等

(D) 全等三角形的對應角相等

第 4 題

你把色紙剪成三角形 ABC。已知 $AB = AC$。頂角 A 是 46°。底角 B 是幾度？



示意圖

(A) 67°

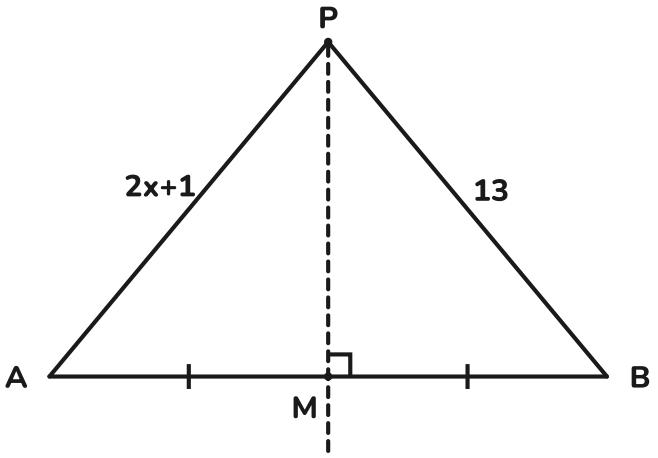
(B) 134°

(C) 46°

(D) 23°

第 5 題

你在紙上畫線段 AB。點 P 在 AB 的中垂線上。$PA = 2x + 1$ 公分。$PB = 13$ 公分。x 是多少？



示意圖

(A) 6

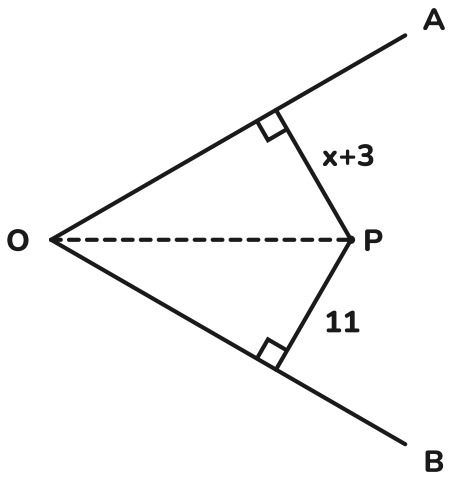
(B) 7

(C) 13

(D) 12

第 6 題

你在紙上畫角 AOB。點 P 在角 AOB 的內部，也在角平分線上。P 到 OA 的垂直距離是 $x + 3$ 公分。P 到 OB 的垂直距離是 11 公分。x 是多少？



示意圖

(A) 14

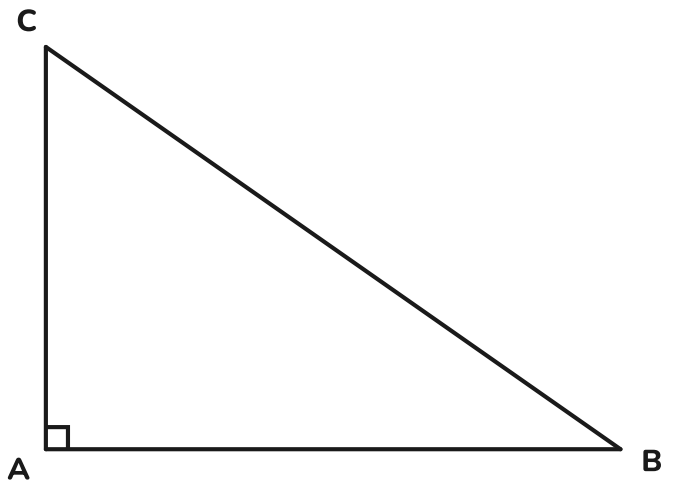
(B) 8

(C) 11

(D) 2.5

第 7 題

你在紙上畫三角形 ABC。若 $\angle A = 90^\circ$。外心 O 位在哪裡？



示意圖

(A) 頂點 A

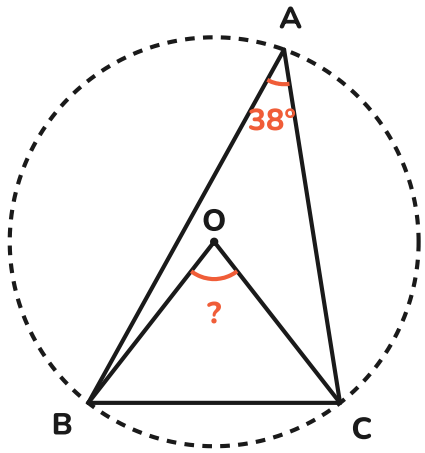
(B) 三角形內部且不在邊上

(C) 邊 BC 的中點

(D) 三角形外部

第 8 題

你在紙上畫銳角三角形 ABC。外心是 O。已知 $\angle A = 38^\circ$。求較小的 ∠BOC 是幾度？



示意圖

(A) 19°

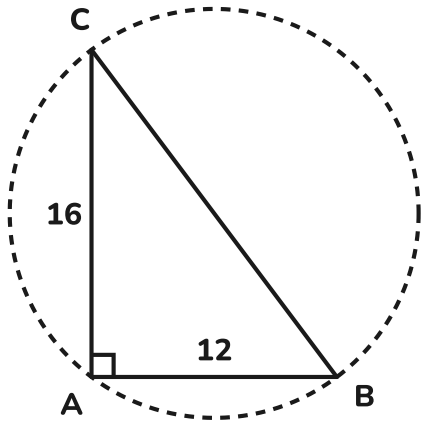
(B) 142°

(C) 76°

(D) 38°

第 9 題

你畫一個直角三角形 ABC。$\angle A = 90^\circ$。兩股 AB、AC 長 12 公分和 16 公分。外接圓半徑是多少公分？



(A) 20 公分

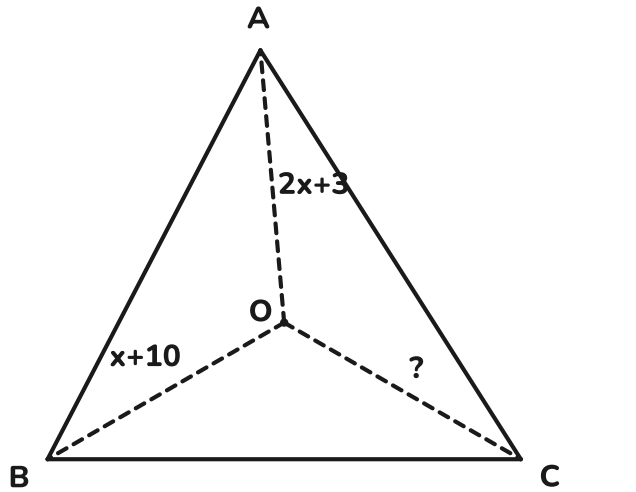
(B) 8 公分

(C) 14 公分

(D) 10 公分

第 10 題

你在紙上畫三角形 ABC。外心是 O。已知 $OA = 2x + 3$ 公分。$OB = x + 10$ 公分。OC 是幾公分？



示意圖

(A) 7 公分

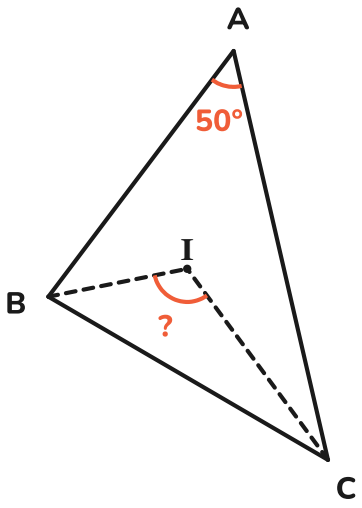
(B) 17 公分

(C) 29 公分

(D) 14 公分

第 11 題

你畫三角形 ABC。內心是 I。已知 $\angle A = 50^\circ$。∠BIC 是幾度？



示意圖

(A) 65°

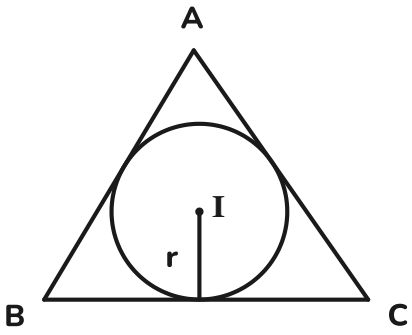
(B) 115°

(C) 130°

(D) 100°

第 12 題

你用色紙剪出三角形。面積是 60 平方公分。周長是 40 公分。內切圓半徑是幾公分？



面積 60　　**周長 40**

示意圖

(A) 1.5 公分

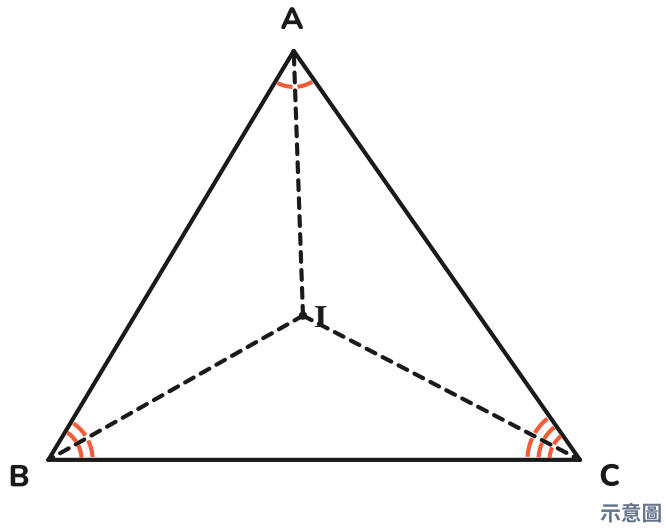
(B) 6 公分

(C) 3 公分

(D) 20 公分

第 13 題

你畫三角形 ABC。內心是 I。下面哪一組東西，到 I 的距離一定相等？



示意圖

(A) 三個頂點

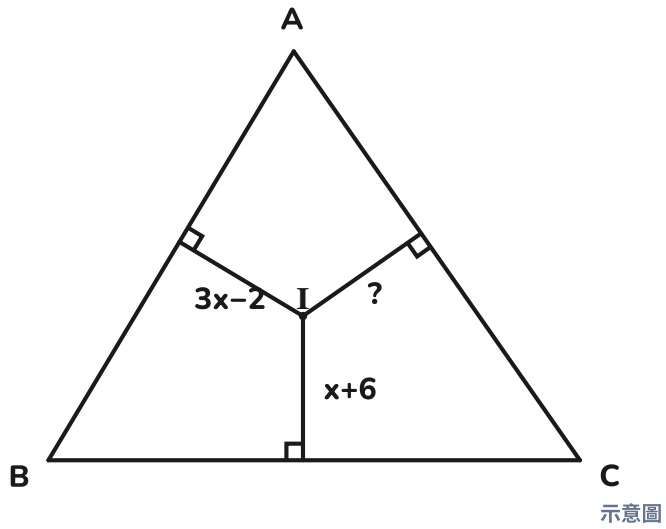
(B) 三邊的中點

(C) 三條中線

(D) 三條邊（垂直距離）

第 14 題

你畫三角形 ABC，內心是 I。I 到 AB 的垂直距離是 $3x - 2$ 公分。I 到 BC 的垂直距離是 $x + 6$ 公分。I 到 CA 的垂直距離是幾公分？



示意圖

(A) 4 公分

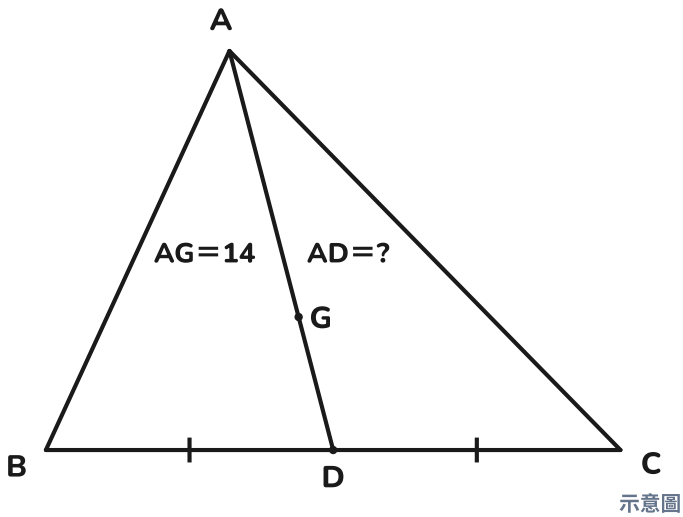
(B) 8 公分

(C) 10 公分

(D) 12 公分

第 15 題

你畫三角形 ABC。D 是 BC 中點。G 是重心。若 AG 長 14 公分。中線 AD 是幾公分？



示意圖

(A) 7 公分

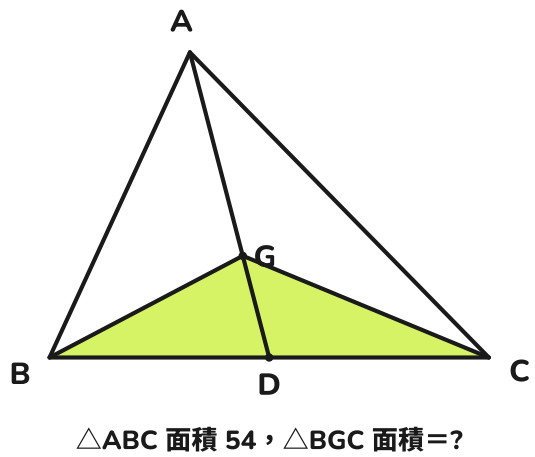
(B) 21 公分

(C) 28 公分

(D) 42 公分

第 16 題

你畫三角形 ABC。D 是 BC 中點。G 是重心。若三角形 ABC 面積是 54 平方公分。三角形 BGC 面積是多少平方公分？



示意圖

(A) 27 平方公分

(B) 36 平方公分

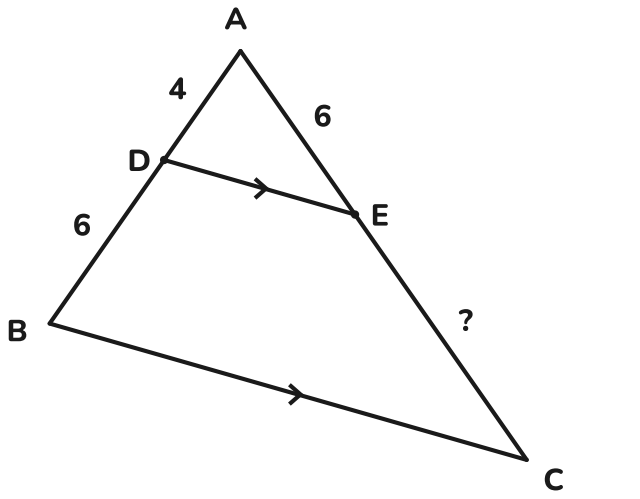
(C) 9 平方公分

(D) 18 平方公分

加碼題：有的學校會加考前面的內容。

第 17 題

你畫三角形 ABC。D 在邊 AB 上，E 在邊 AC 上。DE 平行 BC。$AD = 4$ 公分，$DB = 6$ 公分。$AE = 6$ 公分。EC 是幾公分？



示意圖

(A) 9 公分

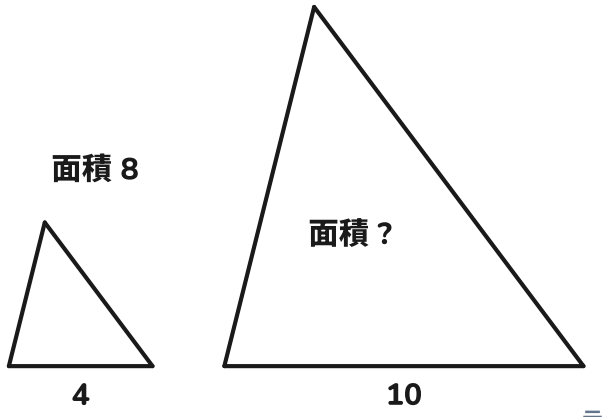
(B) 15 公分

(C) 4 公分

(D) 2.4 公分

第 18 題

你用色紙剪出兩個相似三角形。小三角形的一邊長 4 公分。大三角形裡，跟這條邊對應的邊長 10 公分。小三角形面積是 8 平方公分。大三角形面積是多少平方公分？



示意圖

(A) 20 平方公分

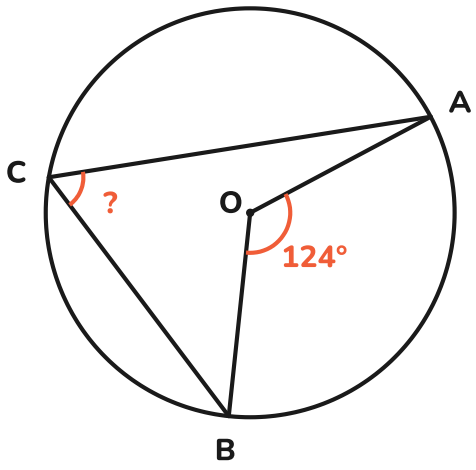
(B) 50 平方公分

(C) 8 平方公分

(D) 1.28 平方公分

第 19 題

你在圓上取 A、B、C 三點。O 是圓心。C 在優弧 AB 上（比較大的那段弧）。較小的圓心角 AOB 是 124°。圓周角 ACB 是幾度？



示意圖

(A) 124°

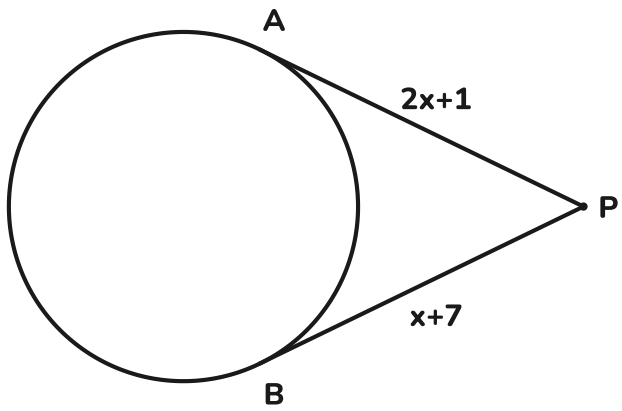
(B) 56°

(C) 62°

(D) 118°

第 20 題

你在圓外取一點 P。從 P 畫兩條切線。分別與圓相切於 A、B。已知 $PA = 2x + 1$ 公分。$PB = x + 7$ 公分。PA 是幾公分？



示意圖

(A) 13 公分

(B) 6 公分

(C) 17 公分

(D) 12 公分

答案速查

1B　2C　3D　4A　5A　6B　7C　8C　9D　10B　11B　12C　13D　14C　15B　16D　17A　18B　19C　20A

完整詳解

第 1 題　答案：B

運算過程

1. 先找相等的邊。
   $AB = DE$
   為什麼：因為題目給了兩組邊。
2. 再找另一組相等的邊。
   $AC = DF$
   為什麼：因為題目也給了這組邊。
3. 確認相等的角。
   $\angle A = \angle D$
   為什麼：因為題目給了這組角。
4. 看角的位置。
   為什麼：因為 A、D 都夾在已知的邊之間。
5. 選兩邊及其夾角的性質。
   為什麼：因為兩組邊和夾角分別相等。

為什麼 B 是對的

SAS 用兩邊及其夾角判斷全等。

其他選項為什麼錯

A　選這個，你可能把兩組邊當成三組邊。SSS 需要三組邊。
C　選這個，你可能把兩組邊當成兩組角。ASA 需要兩角和夾邊。
D　選這個，你可能把一般三角形當成直角三角形。RHS 要先有直角。

第 2 題　答案：C

運算過程

1. 找出還沒配對的 BC 與 EF。

   為什麼：因為另外兩組邊已經相等。

2. 寫出第三組邊相等。

   $BC = EF$

   為什麼：因為 SSS 要三組對應邊相等。

3. 代入已知長度。

   $BC = 11$

   為什麼：因為 EF 是 11 公分。

4. 檢查三組邊。

   為什麼：因為三組對應邊都相等。

為什麼 C 是對的

BC 和 EF 是第三組對應邊。所以要同為 11 公分。

其他選項為什麼錯

A　選這個，你可能拿 AC 的長度當 BC。BC 要對應 EF。

B　選這個，你可能拿 AB 的長度當 BC。BC 要對應 EF。

D　選這個，你可能以為只知道兩組邊，就配不出第三組。前兩組邊已經配好，剩下的 BC 只能對 EF。

第 3 題　答案：D

運算過程

1. 依順序找對應頂點。

   $B \leftrightarrow E$

   為什麼：因為題目給的頂點依序對應。

2. 確認兩個三角形全等。

   $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

   為什麼：因為這是題目給的條件。

3. 找出相等的角。

   $\angle B = \angle E$

   為什麼：因為全等三角形的對應角相等。

為什麼 D 是對的

這兩角是全等三角形的對應角，大小一定相等。

其他選項為什麼錯

A　選這個，你可能把全等當成等腰。題目要用對應角。

B　選這個，你可能把對應角當成同位角。題目沒有給平行線。

C　選這個，你可能把分屬兩個三角形的角當對頂角。題目沒有給交叉直線。

第 4 題　答案：A

運算過程

1. 找出兩個底角。

   $\angle B = \angle C$

   為什麼：因為兩腰 AB 和 AC 一樣長。
2. 算出兩個底角的和。

   $180 - 46 = 134$

   為什麼：因為三個內角和是 180 度。
3. 把角度平分。

   $134 \div 2 = 67$

   為什麼：因為兩個底角一樣大。
4. 檢查內角和。

   $46 + 67 + 67 = 180$

   為什麼：因為三個角加起來要是 180 度。

為什麼 A 是對的

兩個底角相等，各是 67 度。

其他選項為什麼錯

B　選這個，你可能把兩個底角的和當成一個底角。還要除以 2。

C　選這個，你可能把頂角當成底角。兩個底角相等。

D　選這個，你可能把頂角除以 2。要平分的是兩底角的和。

第 5 題　答案：A

運算過程

1. 找出相等的長度。

   $PA = PB$

   為什麼：因為 P 在 AB 的中垂線上。
2. 代入線段長度。

   $2x + 1 = 13$

   為什麼：因為 PA 和 PB 一樣長。
3. 兩邊都減 1。

   $2x = 12$

   為什麼：因為等式兩邊同減 1。
4. 兩邊都除以 2。

   $x = 6$

   為什麼：因為要留下 x。
5. 代回檢查。

   $2 \times 6 + 1 = 13$

   為什麼：因為代回後和 PB 相等。

為什麼 A 是對的

中垂線上的點到兩端等距，x 是 6。

其他選項為什麼錯

B　選這個，你可能把加 1 移到右邊仍加 1。兩邊要同減 1。

C　選這個，你可能把 x 當成 PB 的長度。PA 是 2x 加 1。

D　選這個，你可能算出 2x 後直接當成 x。還要除以 2。

第 6 題　答案：B

運算過程

1. 比較兩段垂直距離。

   $d_{OA} = d_{OB}$

   為什麼：因為角平分線上的點到兩邊等距。
2. 列出等式。

   $x + 3 = 11$

   為什麼：因為兩段距離相等。
3. 兩邊都減 3。

   $x = 8$

   為什麼：因為要留下 x。
4. 代回檢查。

   $8 + 3 = 11$

   為什麼：因為兩段距離都是 11 公分。

為什麼 B 是對的

角平分線上的點到角的兩邊等距，所以 x 是 8。

其他選項為什麼錯

A　選這個，你可能把加 3 移到右邊仍加 3。兩邊要同減 3。

C　選這個，你可能把 x 當成整段距離。距離是 x 加 3。

D　選這個，你可能以為角平分線會把距離分一半，列成 $x + 3 = 5.5$。點到兩邊的距離是相等，不是一半。

第 7 題　答案：C

運算過程

1. 找出直角的對邊。

   BC

   為什麼：因為 A 是直角。
2. 找出外心所在位置。

   為什麼：因為直角三角形的外心在斜邊中點。
3. 確認三個頂點等距。

   $OA = OB = OC$

   為什麼：因為斜邊中點到三個頂點等距。

為什麼 C 是對的

外心是三邊中垂線的交點，這裡位在 BC 的中點。

其他選項為什麼錯

A　選這個，你可能把直角頂點當成外心。外心在斜邊中點。

B　選這個，你可能把直角三角形當成銳角三角形。直角時外心在斜邊上。

D　選這個，你可能把直角三角形當成鈍角三角形。鈍角三角形的外心才在外部。

第 8 題　答案：C

運算過程

1. 確認 A 所對的弧。

   $\overset{\frown}{BC}$

   為什麼：因為角 A 的兩邊通過 B、C。

2. 找出同弧的圓心角。

   $\angle BOC$

   為什麼：因為 O 是外接圓的圓心。

3. 算出圓心角。

   $2 \times 38 = 76$

   為什麼：因為同弧圓心角是圓周角的 2 倍。

4. 檢查角度。

   $76 < 180$

   為什麼：因為題目要較小的角。

為什麼 C 是對的

銳角三角形的這兩個角對同一段弧。圓心角是 76 度。

其他選項為什麼錯

A　選這個，你可能把圓周角除以 2。圓心角要乘 2。

B　選這個，你可能用 180 度減圓周角。同弧圓心角要乘 2。

D　選這個，你可能讓圓心角等於圓周角。同弧圓心角要乘 2。

第 9 題　答案：D

運算過程

1. 先用畢氏定理求斜邊。

   $BC = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$

   為什麼：因為 $\angle A = 90^\circ$，BC 是斜邊。
2. 找出外接圓的直徑。

   $BC = 20$

   為什麼：因為直角三角形的斜邊是外接圓的直徑。
3. 算出半徑。

   $r = 20 \div 2 = 10$

   為什麼：因為半徑是直徑的一半。
4. 檢查外心到頂點 A。

   $AO = BO = CO = 10$

   為什麼：因為外心是斜邊中點，到三個頂點一樣遠。

為什麼 D 是對的

斜邊 20 公分是外接圓的直徑，所以半徑是 10 公分。

其他選項為什麼錯

A　選這個，你可能把直徑當成半徑。半徑是直徑的一半。

B　選這個，你可能把外心放在較長那股的中點。外心在斜邊的中點。

C　選這個，你可能沒用畢氏定理，直接把兩股相加 28 當成斜邊。斜邊要用 $12^2 + 16^2$ 開根號。

第 10 題　答案：B

運算過程

1. 先用外心的等距關係。

   $OA = OB = OC$

   為什麼：因為外心到三個頂點一樣遠。

2. 列出兩段長度相等。

   $2x + 3 = x + 10$

   為什麼：因為 OA 等於 OB。

3. 兩邊都減 x。

   $x + 3 = 10$

   為什麼：因為等式兩邊同減 x。

4. 兩邊都減 3。

   $x = 7$

   為什麼：因為等式兩邊同減 3。

5. 代回求半徑。

   $2 \times 7 + 3 = 17$

   為什麼：因為 OA 等於 OC。

6. 檢查另一段。

   $7 + 10 = 17$

   為什麼：因為 OB 也應是 17 公分。

為什麼 B 是對的

OC 和 OA 同為外接圓半徑。所以是 17 公分。

其他選項為什麼錯

A　選這個，你可能把 x 當成 OC 長度。要把 x 代回求半徑。

C　選這個，你可能移項時 3 沒變號，算成 $x = 13$。$x + 3 = 10$ 要兩邊減 3。

D　選這個，你可能把 2x 當成 OA 長度。OA 還要加 3。

第 11 題　答案：B

運算過程

1. 算 B、C 兩角的和。

   $180 - 50 = 130$

   為什麼：因為三角形內角和是 180 度。
2. 算兩個半角的和。

   $130 \div 2 = 65$

   為什麼：因為 I 在兩條角平分線上。
3. 算出夾角 BIC。

   $180 - 65 = 115$

   為什麼：因為三角形 BIC 的內角和是 180 度。

為什麼 B 是對的

內心平分 B、C 兩角。三角形 BIC 的頂角是 115 度。

其他選項為什麼錯

A　選這個，你可能把兩個半角的和當成所求角。要用 180 度減這個和。

C　選這個，你可能把 B、C 的角度和當成所求角。要先把兩角各平分。

D　選這個，你可能把內心當成外心，用了外心的 $\angle BOC = 2\angle A$。內心角是 90° 加頂角的一半。

第 12 題　答案：C

運算過程

1. 先算半周長。

   $40 \div 2 = 20$

   為什麼：因為半周長是周長的一半。
2. 用面積除以半周長。

   $r = 60 \div 20$

   為什麼：因為面積等於半周長乘內切圓半徑。
3. 算出半徑。

   $r = 3$

   為什麼：因為 60 除以 20 是 3。
4. 檢查面積。

   $20 \times 3 = 60$

   為什麼：因為算回來要等於題目給的面積。

為什麼 C 是對的

三個小三角形的高都是半徑。因此面積等於半周長乘半徑。

其他選項為什麼錯

A　選這個，你可能拿面積直接除以周長。要除以半周長。

B　選這個，你可能用了半周長，又再除以 2，列成 $\frac{1}{2} \times 20 \times r = 60$。用半周長就不用再除以 2。

D　選這個，你可能把半周長當成半徑。要用面積除以半周長。

第 13 題　答案：D

運算過程

1. 想內心是哪三條線的交點。
   為什麼：因為內心是三條內角平分線的交點。
2. 想角平分線上的點有什麼性質。
   為什麼：因為角平分線上的點，到角的兩邊一樣遠。
3. 把三個角合起來看。
   為什麼：因為 I 在三條角平分線上，到三條邊的垂直距離都相等。
4. 選出答案。
   為什麼：因為這個距離就是內切圓的半徑。

為什麼 D 是對的

內心到三條邊的垂直距離相等，這個距離是內切圓半徑。

其他選項為什麼錯

A　選這個，你可能把內心當成外心。到三個頂點一樣遠的是外心。
B　選這個，你可能以為內切圓碰到邊的地方一定是中點。碰到的點不一定在邊的中間。
C　選這個，你可能把內心當成重心。三條中線的交點是重心。

第 14 題　答案：C

運算過程

1. 找出兩段距離的關係。

   $d_{AB} = d_{BC}$

   為什麼：因為內心到三邊等距。
2. 代入距離列式。

   $3x - 2 = x + 6$

   為什麼：因為兩段距離相等。
3. 兩邊都減 x。

   $2x - 2 = 6$

   為什麼：因為等式兩邊同減 x。
4. 兩邊都加 2。

   $2x = 8$

   為什麼：因為等式兩邊同加 2。
5. 兩邊都除以 2。

   $x = 4$

   為什麼：因為要留下 x。
6. 代回求距離。

   $4 + 6 = 10$

   為什麼：因為到 CA 的距離和到 BC 相等。
7. 檢查另一段距離。

   $3 \times 4 - 2 = 10$

   為什麼：因為到 AB 的距離也要是 10 公分。

為什麼 C 是對的

內心到三邊的垂直距離都相等。所以到 CA 是 10 公分。

其他選項為什麼錯

A　選這個，你可能把 x 當成所求距離。要代回距離的式子。

B　選這個，你可能算到 $2x = 8$ 就停了。還要求出 x，再代回距離的式子。

D　選這個，你可能代入 3x 時忘了減 2。到 AB 的距離是 3x 減 2。

第 15 題　答案：B

運算過程

1. 寫出重心把中線分成的比。

   $AG : GD = 2 : 1$

   為什麼：因為重心把中線分成 2 比 1。
2. 算出一份的長度。

   $14 \div 2 = 7$

   為什麼：因為 AG 占 2 份。
3. 算出整條中線。

   $7 \times 3 = 21$

   為什麼：因為整條中線共有 3 份。
4. 檢查 GD。

   $GD = 21 - 14 = 7$

   為什麼：因為 GD 要是 AG 的一半。

為什麼 B 是對的

AG 占中線的 2 份，所以整條中線是 AG 的 $\frac{3}{2}$ 倍，也就是 21 公分。

其他選項為什麼錯

A　選這個，你可能算成 GD。題目問的是整條中線 AD。

C　選這個，你可能以為重心是中點，所以 AD 是 AG 的 2 倍。重心不是中點。

D　選這個，你可能以為 AG 只占 1 份，所以乘 3。AG 占的是 2 份。

第 16 題　答案：D

運算過程

1. 比較同一條中線上的兩段。

   $GD : AD = 1 : 3$

   為什麼：因為重心到邊中點占中線三分之一。
2. 比較兩個三角形的高。

   $h_{BGC} : h_{ABC} = 1 : 3$

   為什麼：因為 G 和 A 到 BC 的高同比例。
3. 比較兩個三角形的面積。

   $[BGC] : [ABC] = 1 : 3$

   為什麼：因為兩個三角形共用底 BC。
4. 算出所求面積。

   $54 \div 3 = 18$

   為什麼：因為 BGC 占整個面積三分之一。

為什麼 D 是對的

共用底 BC。面積比等於高的比。因此 BGC 面積是 18 平方公分。

其他選項為什麼錯

A　選這個，你可能把 G 當成 AD 的中點。重心到 D 占中線三分之一。

B　選這個，你可能用了 AG 占 AD 的比例。BGC 的高要看 GD。

C　選這個，你可能把整個三角形分成六等份後只取一份。BGC 占其中兩份。

第 17 題　答案：A

運算過程

1. 寫出對應線段的比例。

   $AD : DB = AE : EC$

   為什麼：因為 DE 平行 BC。
2. 代入已知長度。

   $4 : 6 = 6 : EC$

   為什麼：因為 AD、DB、AE 的長度已知。
3. 找出放大的倍數。

   $6 \div 4 = 1.5$

   為什麼：因為 AE 是 AD 的 1.5 倍。
4. 算出 EC。

   $6 \times 1.5 = 9$

   為什麼：因為 EC 也是 DB 的 1.5 倍。
5. 檢查比例。

   $4 \times 9 = 6 \times 6$

   為什麼：因為比例式的交叉乘積相等。

為什麼 A 是對的

平行線截出的對應線段成比例。所以 EC 是 9 公分。

其他選項為什麼錯

B　選這個，你可能把整段 AC 當成 EC。還要扣掉 AE。

C　選這個，你可能把左右兩段的比例寫反。上下兩段要依序對應。

D　選這個，你可能把 AE 乘上 AD 比 AB。EC 要對應 DB。

第 18 題　答案：B

運算過程

1. 算出邊長放大的倍數。

   $10 \div 4 = 2.5$

   為什麼：因為兩個三角形的對應邊成比例。
2. 算出面積放大的倍數。

   $2.5 \times 2.5 = 6.25$

   為什麼：因為相似圖形的面積比是邊長比的平方。
3. 算出大三角形面積。

   $8 \times 6.25 = 50$

   為什麼：因為小三角形面積是 8。
4. 檢查面積比。

   $50 \div 8 = 6.25$

   為什麼：因為算回來要符合面積放大的倍數。

為什麼 B 是對的

邊長放大 2.5 倍。面積放大 6.25 倍。所以是 50 平方公分。

其他選項為什麼錯

A　選這個，你可能把面積直接乘邊長的倍數。面積要乘倍數的平方。

C　選這個，你可能以為相似圖形面積相等。要用邊長比的平方。

D　選這個，你可能把倍數算反了，用 4 除以 10。大三角形的面積一定比小的大。

第 19 題　答案：C

運算過程

1. 確認兩角所對的弧。

   $\overset{\frown}{AB}$

   為什麼：因為 C 在優弧上，兩角都對劣弧 AB。

2. 寫出兩角的關係。

   $\angle ACB = 124 \div 2$

   為什麼：因為同弧圓周角是圓心角的一半。

3. 算出圓周角。

   $124 \div 2 = 62$

   為什麼：因為 124 的一半是 62。

4. 檢查圓心角。

   $62 \times 2 = 124$

   為什麼：因為同弧圓心角是圓周角的 2 倍。

為什麼 C 是對的

兩角對同一段劣弧。圓周角是圓心角的一半。為 62 度。

其他選項為什麼錯

A　選這個，你可能讓圓周角等於圓心角。圓周角是圓心角的一半。

B　選這個，你可能用 180 度減圓心角。要把圓心角除以 2。

D　選這個，你可能用了優弧的度數 $360 - 124 = 236$，再除以 2。C 在優弧上，∠ACB 對的是劣弧。

第 20 題　答案：A

運算過程

1. 比較兩段切線長。

   $PA = PB$

   為什麼：因為圓外同一點引的兩條切線等長。
2. 代入長度列式。

   $2x + 1 = x + 7$

   為什麼：因為 PA 等於 PB。
3. 兩邊都減 x。

   $x + 1 = 7$

   為什麼：因為等式兩邊同減 x。
4. 兩邊都減 1。

   $x = 6$

   為什麼：因為等式兩邊同減 1。
5. 代回求 PA。

   $2 \times 6 + 1 = 13$

   為什麼：因為 PA 是 2x 加 1。
6. 檢查 PB。

   $6 + 7 = 13$

   為什麼：因為另一條切線也要長 13 公分。

為什麼 A 是對的

從 P 到兩個切點的線段等長。所以 PA 是 13 公分。

其他選項為什麼錯

B　選這個，你可能把 x 當成 PA 的長度。PA 是 2x 加 1。

C　選這個，你可能移項時 1 沒變號，算成 $x = 8$。$x + 1 = 7$ 要兩邊減 1。

D　選這個，你可能代入 2x 時忘了加 1。PA 是 2x 加 1。

段考考完了，接著準備會考

段考考的是這一章，會考要考三年的內容。免費註冊後，在題練寫錯的題目，過幾天、一週、兩週會再出給你，幫你記住。



到題練數學專區 →

掃 QR code 或點按鈕

更多段考複習影片：YouTube 題練 TestLearn | 題練首頁：test-learn.com | 線上版：test-learn.com/math/exam-review/grade-9/final